

【例 1-1】 一个由字母 A、B、C、D 组成的字，对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码，00 代替 A，01 代替 B，10 代替 C，11 代替 D，每个脉冲宽度为 5ms。

- (1) 各字母是等概出现时，试计算传输的符号速率及平均信息速率；
- (2) 若每个字母出现的可能性分别为

$$P_A = \frac{1}{5}, P_B = \frac{1}{4}, P_C = \frac{1}{4}, P_D = \frac{3}{10}$$

试计算传输的平均信息速率。

思路：本题考点有两个，一是计算符号速率与平均信息速率，两者关系为熵；二是符号宽度与脉冲宽度的含义不同。

解：一个字母对应两个二进制脉冲，属于四进制符号，故一个字母的持续时间为 $2 \times 5\text{ms}$ 。传送字母的符号速率为

$$R_B = \frac{1}{2 \times 5 \times 10^{-3}} = 100 \quad (\text{B})$$

等概时的平均信息速率为

$$R_b = R_B \log_2 M = R_B \log_2 4 = 200 \quad (\text{b/s})$$

(2) 平均信息量为

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{5} \log_2 5 + \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{3}{10} \log_2 \frac{10}{3} \\ &= 1.985 \quad (\text{bit/符号}) \end{aligned}$$

则平均信息速率为

$$R_b = R_B \cdot H = 100 \times 1.985 = 198.5 \quad (\text{b/s})$$

结论：①符号速率仅与符号持续时间（符号宽度）有关，与各符号出现概率无关；

②等概率时才能获得最大信息速率，这是因为等概率时有最大熵。

【例 1-2】 某信息源包含 A、B、C、D 四个符号，这四个符号出现的概率相等。传输时编为二进制比特进行，并已知信息传输速率 $R_b = 1\text{Mbit/s}$ ，试求：

- (1) 码元传输速率；
- (2) 该信息源工作 1 小时后发出的信息量；
- (3) 若在第 (2) 题收到的信息量比特中，大致均匀地发现了 36 个差错比特，求误比特率和误码率。

思路：关键考虑第 (3) 题。由于每个四进制符号皆编码为 1 个（两位）二进制比特组，因此在这比特组中，只要一位有错，该比特组就有错，它对应的四进制符号就错了。只要错误比特不相邻，则误码率就是误比特率的 2 倍。

解：(1) $\because R_{bM} = R_{BM} \log_2 M, \therefore R_{b4} = R_{B4} \log_2 4 = 2R_{B4}$

则
$$R_{B4} = \frac{1}{2} R_{b2} = \frac{1}{2} \times 10^6 = 5 \times 10^5 \quad (\text{Bd})$$

(2)
$$I = R_b T = 10^6 \times 3600 = 3.6 \times 10^9 \quad (\text{bit})$$

(3) 由于每个符号为 2bit，共传符号个数

$$N = \frac{I}{2} = 1.8 \times 10^9$$

其中错误符号个数为：

$$N_e = N_b = 36$$

因此，

$$P_e = \frac{N_e}{N} = \frac{36}{1.8 \times 10^9} = 2 \times 10^{-8}$$

$$P_b = \frac{N_b}{I} = \frac{36}{3.6 \times 10^9} = 1 \times 10^{-8}$$