第二章　信号

思考题

2.1　何谓确知信号？何谓随机信号？

2.2　试分别说明能量信号和功率信号的特性。

2.3　试用语言（文字）描述单位冲激响应的定义。

2.4　试画出单位阶跃函数的曲线。

2.5　试述信号的四种频率特性分别试用于何种信号。

2.6　频谱密度 $S(f)$ 和频谱 $C(jn\omega_0)$ 的量纲分别是什么？

2.7　随机变量的分布函数和概率密度有什么关系？

2.8　随机过程的功率谱密度和自相关函数有什么关系？

2.9　随机变量的数字特征主要有哪几个？

2.10　正态分布公式中的常数 a 和 σ^2 有何意义？

2.11　何谓平稳随机过程？广义平稳随机过程和严格平稳随机过程有何区别？

2.12　何谓窄带平稳随机过程？

2.13　一个均值为 0 的窄带平稳高斯过程的功率与它的两个正交分量 $X_c(t)$ 和 $X_s(t)$ 的功率有何关系？

2.14　何谓白噪声？其频谱和自相关函数有何特点？

2.15　什么是高斯噪声？高斯噪声是否都是白噪声？

2.16　自相关函数有哪些性质？

2.17　何谓随机过程的各态历经性？

2.18　试用数学语言表述什么是线性系统？

2.19　冲激响应的定义是什么？冲激响应的傅立叶变换等于什么？

2.20　如何用冲激响应描述线性系统的输出？

2.21　何谓物理可实现系统，它应该具有什么性质？

2.22　如何在频域中描述线性系统输入和输出的关系？

2.23　信号无失真传输的条件是什么？

2.24　为什么常用时间延迟的变化表示线性系统的相位失真？

2.25　随机过程通过线性系统时，系统输出功率谱密度和输入功率谱密度之间有什么关系？

习题

2.1　设一个随机过程可以表示成：

$$X(t)=2\cos(2\pi t+\theta)\qquad -\infty<t<\infty$$

式中 θ 是一个离散随机变量，它具有如下概率分布：

$$P(\theta=0)=0.5,P(\theta=\pi/2)=0.5$$

试求 $E[X(t)]$ 和 $R_X(0,1)$。

2.2 设一个随机过程可以表示成：

$$X(t)=2\cos(2\pi t+\theta) \qquad -\infty<t<\infty$$

判断它是功率信号还是能量信号？并求出其功率谱密度或能量谱密度。

2.3 设有一信号可表示为：

$$x(t)=\begin{cases}4\exp(-t) & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

试问它是功率信号还是能量信号？并求出其功率谱密度或能量谱密度。

2.4 设 $X(t)=x_1\cos 2\pi t+x_2\cos 2\pi t$ 是一个随机过程，其中 x_1 和 x_2 是相互统计独立的高斯随机变量，数学期望均为 0，方差均为 σ^2。试求：

（1）$E[X(t)]$，$E[X^2(t)]$；（2）$X(t)$的概率分布密度；（3）$R_X(t_1,t_2)$。

2.5 试判断下列函数中哪些满足功率谱密度的条件：

（1）$\sigma(f)+\cos^2 2\pi f$；（2）$a+\sigma(f-a)$；（3）$\exp(a-f^2)$。

2.6 试求 $X(t)=A\cos\omega t$ 的自相关函数，并根据其自相关函数求出其功率。

2.7 设 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 是两个统计独立的平稳随机过程，其自相关函数分别为 $R_{X_1}(\tau)$ 和 $R_{X_2}(\tau)$。试求其乘积 $X(t)=X_1(t)X_2(t)$ 的自相关函数。

2.8 设有一随机过程 $X(t)=m(t)\cos\omega t$，其中 $m(t)$ 是一广义平稳随机过程，且其自相关函数为：

$$R_m(\tau)=\begin{cases}1+\tau & -1<\tau<0\\ 1-\tau & 0\leq\tau<0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

（1）试画出自相关函数 $R_X(\tau)$ 的曲线；

（2）试求出 $X(t)$ 的功率谱密度 $P_X(f)$ 和功率 P。

2.9 设信号 $x(t)$ 的傅立叶变换为 $X(f)=\sin\pi f/\pi f$。试求此信号的自相关函数 $R_X(\tau)$。

2.10 已知一噪声 $n(t)$ 的自相关函数为：

$$R_n(\tau)=\frac{k}{2}e^{-k|\tau|} \qquad \text{k=常数}$$

（1）试求其功率谱密度 $P_n(f)$ 和功率 P；

（2）试画出 $R_n(\tau)$ 和 $P_n(f)$ 的曲线。

2.11 已知一平稳随机过程 $X(t)$ 的自相关函数是以 2 为周期的周期性函数：

$$R(\tau)=1-|\tau| \qquad -1\le\tau<1$$

试求 $X(t)$ 的功率谱密度 $P_X(f)$ 并画出其曲线。

2.12 已知一信号 $x(t)$ 的双边功率谱密度为：

$$P_X(f)=\begin{cases}10^{-4}f^2 & -10kHz<f<10kHz\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

试求其平均功率。

2.13 设输入信号为：

$$x(t)=\begin{cases}e^{-t/\tau} & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

它加到由一个电阻 R 和一个电容 C 组成的高通滤波器上（见图 P 2.1），$RC=\tau$ 。试求其输出信号 $y(t)$ 的能量谱密度。

2.14 设有一周期信号 $x(t)$ 加于一个线性系统的输入端，得到的输出信号为：

$$y(t)=\tau\left[dx(t)/dt\right]$$

式中，τ 为常数。试求该线性系统的传输函数 $H(f)$ 。

2.15 设有一个 RC 低通滤波器如图 P 2.2 所示。当输入一个均值为 0、双边功率谱密度为 $n_0/2$ 的白噪声时，试求输出的功率谱密度和自相关函数。

2.16 设有一个 LC 低通滤波器如图 P 2.3 所示。若输入信号是一个均值为 0、双边功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声，试求：

（1）输出噪声的自相关函数；

（2）输出噪声的方差。

2.17 若通过图 P 2.2 中滤波器的是高斯白噪声，它的均值为 0、双边功率谱密度为 $n_0/2$ 。试求输出噪声的概率密度。

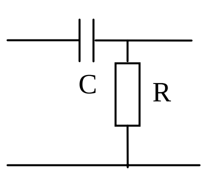

图 P2.1　RC 高通滤波器

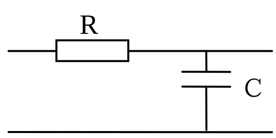

图 P2.2　RC 低通滤波器

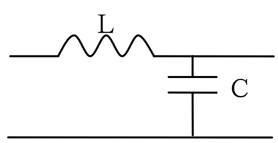

图 P2.3　LC 低通滤波器