

第四章 模拟信号的数字化

思考题

- 4-1 什么是低通型信号的抽样定理？什么是带通型信号的抽样定理？
- 4-2 已抽样信号的频谱混叠是什么原因引起的？若要求从已抽样信号 $m_s(t)$ 中正确地恢复出原信号 $m(t)$ ，抽样速率 f_s 应满足什么条件？
- 4-3 试比较理想抽样、自然抽样和瞬时抽样的异同点？
- 4-4 什么叫做量化？为什么要进行量化？
- 4-5 什么是均匀量化？它的主要缺点是什么？
- 4-6 在非均匀量化时，为什么要进行压缩和扩张？
- 4-7 什么是 A 律压缩？什么是 μ 律压缩？A 律 13 折线与 μ 律 15 折线相比，各有什么特点？
- 4-8 什么是脉冲编码调制？在脉冲调制中，选用折叠二进制为什么比选用自然二进制好？
- 4-9 均匀量化脉冲编码调制系统的输出信号量噪比与哪些因素有关？
- 4-10 什么是差分脉冲编码调制？什么是增量调制？它们与脉冲编码调制有何异同？
- 4-11 增量调制系统输出的信号量噪比与哪些因素有关？DM 系统的量化噪声有哪些类型？
- 4-12 何谓时分复用？它与频分复用有何异同？
- 4-13 什么是语音和图像的压缩编码？为什么要进行压缩编码？

习题

4-1 已知一低通信号 $m(t)$ 的频谱 $M(f)$ 为

$$M(f) = \begin{cases} 1 - |f|/200, & |f| < 200\text{Hz} \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (\text{公式 T4-1})$$

- (1) 假设以 $f_s = 300\text{Hz}$ 的速率对 $m(t)$ 进行理想抽样，试画出已抽样信号 $m_s(t)$ 的频谱草图；
 - (2) 若用 $f_s = 400\text{Hz}$ 的速率抽样，重做上题。
- 4-2 已知一基带信号 $m(t) = \cos 2\pi t + 2\cos 4\pi t$ ，对其进行理想抽样：
- (1) 为了在接收端能不失真地从已抽样信号 $m_s(t)$ 中恢复 $m(t)$ ，试问抽样间隔应如何选择？
 - (2) 若抽样间隔取为 0.2s ，试画出已抽样信号的频谱图。
- 4-3 已知某信号 $m(t)$ 的频谱 $M(\omega)$ 如图 T4-3(b) 所示。将它通过传输函数为 $H_1(\omega)$ 的滤波器后再进行理想抽样。
- (1) 抽样速率应为多少？
 - (2) 若设抽样速率 $f_s = 3f_1$ ，试画出已抽样信号 $m_s(t)$ 的频谱；
 - (3) 接收端的接收网络应具有怎样的传输函数 $H_2(\omega)$ ，才能由 $m_s(t)$ 不失真的恢复 $m(t)$ 。

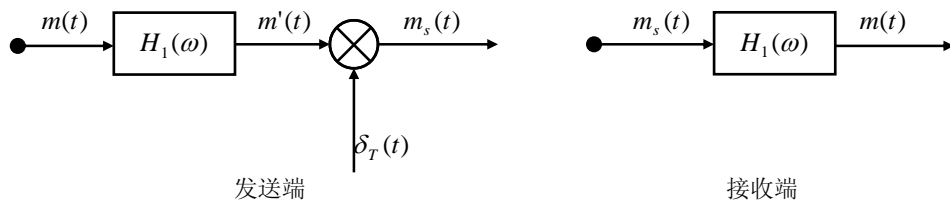


图 T4-3 (a) 信号的发送与接收系统

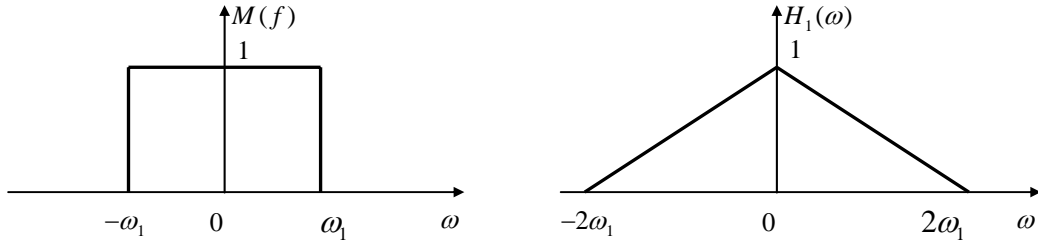


图 T4-3(b) 信号的频谱与传输函数

4-4 已知信号 $m(t)$ 的最高频率为 f_m ，若用图 T4-4 所示的 $q(t)$ 对 $m(t)$ 进行自然抽样，试确定已抽样信号频谱的表达式，并画出其示意图。[注： $m(t)$ 的频谱 $M(\omega)$ 的形状可自行假设]

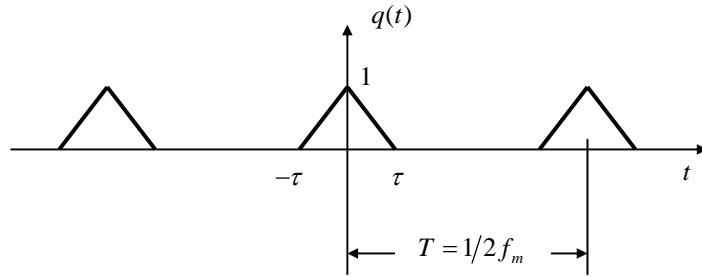


图 T4-4 抽样信号 $q(t)$

4-5 已知信号 $m(t)$ 的最高频率为 f_m ，若用图 T4-4 所示 $q(t)$ 的单个脉冲对 $m(t)$ 进行瞬时抽样，试确定已抽样信号及其频谱表达式。

4-6 已知信号 $m(t)$ 的最高频率为 f_m ，由矩形脉冲对 $m(t)$ 进行瞬时抽样，矩形脉冲宽度为 2τ 、幅度为 1，试确定已抽样信号及其频谱的表达式。

4-7 设输入抽样器的信号为门函数 $G_\tau(t)$ ，宽度 $\tau = 20ms$ ，若忽略其频谱第 10 个零点以外的频率分量，试求最小抽样速率。

4-8 设信号 $m(t) = 9 + A \cos \omega t$ ，其中 $A \leq 10V$ 。若 $m(t)$ 被均匀量化为 40 个电平，试确定所需的二进制码组的位数 N 和量化间隔 Δv 。

4-9 已知模拟信号抽样值的概率密度 $f(x)$ 如图 T4-9 所示。若按四电平进行均匀量化，试计算信号量化噪声功率比。

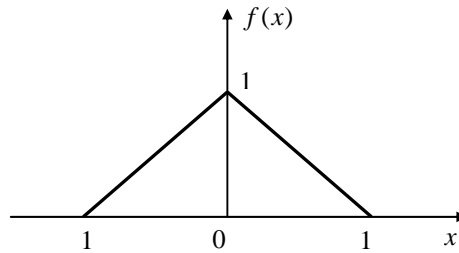


图 T4-9 模拟信号抽样值的概率密度

4-10 采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样脉冲值为 +635 单位：

- (1) 试求此时编码器输出码组，并计算量化误差；
- (2) 写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀量化 11 位码。（采用自然二进制码）

4-11 采用 13 折线 A 律编码电路，设接收端收到的码组为“01010011”、最小量化间隔为 1 个量化单位，并已知段内码改用折叠二进制码：

- (1) 试问译码器输出为多少量化单位；

(2) 写出对应于该7位码（不包括极性码）的均匀量化11位码。

4-12 采用 13 折线 A 律编码，设最小的量化间隔为1个量化单位，已知抽样脉冲值为 -95 量化单位：

(1) 试求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

(2) 写出对应于该7位码（不包括极性码）的均匀量化11位码。

4-13 信号 $m(t) = M \sin(2\pi f_0 t)$ 进行简单增量调制，若台阶 σ 和抽样频率选择得既保证不过载，又保证不致因信号振幅太小而使增量调制器不能正常编码，试证明此时要求 $f_s > \pi f_0$ 。

4-14 对10路带宽均为 $300 \sim 3400\text{Hz}$ 的模拟信号进行 PCM 时分复用传输。抽样速率为 8000Hz ，抽样后进行8级量化，并编为自然二进制码，码元波形是宽度为 τ 的矩形脉冲，且占空比为1。试求传输此时分复用 PCM 信号所需的带宽。

4-15 单路话音信号的最高频率为 4000Hz ，抽样速率为 8000Hz ，以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为 τ ，且占空比为1：

(1) 抽样后信号按8级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

(2) 若抽样后信号按128级量化，PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少？

4-16 若12路话音信号（每路信号的最高频率均为 4000Hz ）进行抽样和时分复用，将所得的脉冲用 PCM 系统传输，重做上题。

7-17 已知话音信号的最高频率 $f_m = 3400\text{Hz}$ ，今用 PCM 系统传输，要求信号量化噪声比 S_0/N_q 不低于 30dB 。试求此 PCM 系统所需的理论最小基带频宽。

部分习题参考答案

4-1 解：

(1) $m(t)$ 的频谱 $M(f)$ 如图 J4-1(a)所示， $m_s(t)$ 的频谱 $M_s(f)$ 如图 J4-1(b)所示。

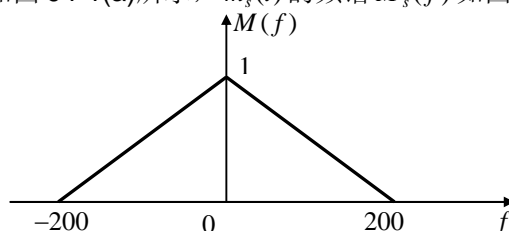


图 J4-1(a) $m(t)$ 的频谱 $M(f)$

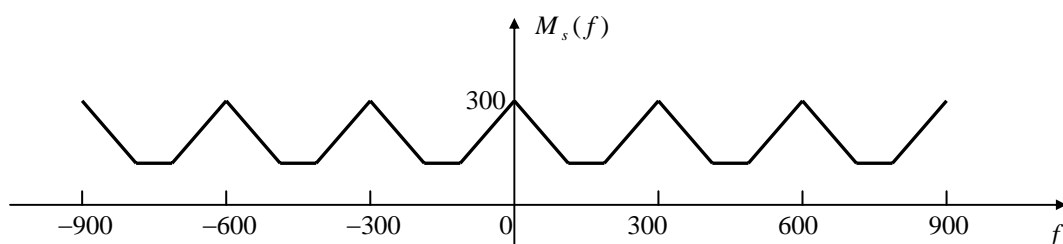


图 J4-1 (b) $m_s(t)$ 的频谱 $M_s(f)$

(2) $f_s = 400\text{Hz}$ 时， $m_s(t)$ 的频谱如图 J4-1(c)所示。

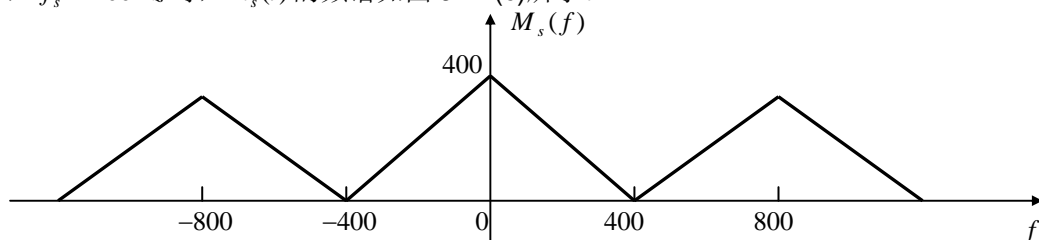


图 J4-1 (c) $f_s = 400\text{Hz}$ 时， $m_s(t)$ 的频谱 $M_s(f)$

4-4 解:

$q(t)$ 的傅立叶变换为

$$Q(\omega) = \tau \left[\text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right]^2 \cdot \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) = \frac{2\pi\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}^2\left(\frac{n\omega_s\tau}{2}\right) \delta(\omega - n\omega_s)$$

其中 $\omega = 2\pi f_s = 4\pi f_m$,

$$\text{已抽样信号的频谱为 } M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} M(\omega) * Q(\omega) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}^2(n\omega_m\tau) M(\omega - 2n\omega_m)$$

其频谱如图所示:

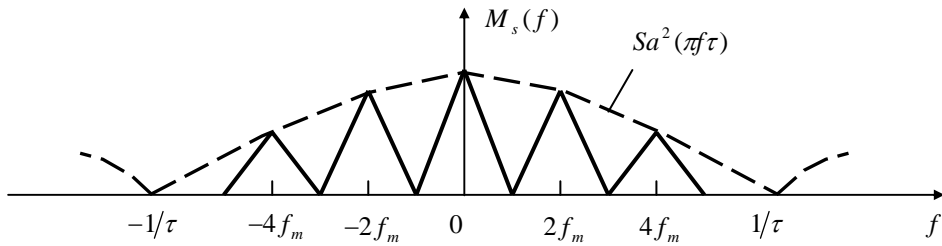


图 J4-4 $m_s(t)$ 的频谱 $M_s(f)$

4-5 解:

$$\text{已抽样信号的时域表达式为 } m_s(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} m(t) \delta(t + nT) \right] * q(t)$$

$$q(t) \text{ 的频谱为 } Q(\omega) = \tau \left[\text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right]^2$$

所以 $m_s(t)$ 的频谱为

$$M_s(\omega) = \frac{1}{T} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega + 2n\omega_m) \right] \cdot Q(\omega) = \frac{\tau}{T} \text{Sa}^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega + 2n\omega_m)$$

4-9 解:

分层电平为 $x_1 = -1$, $x_2 = -0.5$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0.5$, $x_5 = 1$

量化电平为 $y_1 = -0.75$, $y_2 = -0.25$, $y_3 = 0.25$, $y_4 = 0.75$

$$\text{信号功率为 } S = \int_{-1}^1 x^2 p(x) dx = 2 \int_0^1 x^2 (1-x) dx = 1/6$$

量化噪声功率为

$$N_q = \sum_{i=1}^4 \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - y_i)^2 p(x) dx = 2 \left[\int_0^{0.5} (x - 0.25)^2 (1-x) dx + \int_{0.5}^1 (x - 0.75)^2 (1-x) dx \right] = 1/48$$

信号与量化噪声功率比为 $SNR_q = S / N_q = 8$

4-12 解:

$$(1) \because -95 < 0, \therefore C_1 = 0$$

$$\because 64 < 95 < 128, \therefore C_2 C_3 C_4 = 011$$

$$\because 95 < 64 + 8 \times 4 = 96, \therefore C_5 = 0$$

$$\because 95 > 64 + 4 \times 4 = 80, \therefore C_6 = 1$$

$$\because 95 > 80 + 4 \times 2 = 88, \therefore C_7 = 1$$

$$\because 95 > 88 + 4 \times 1 = 92, \therefore C_8 = 1$$

输出码组为 00110111。

量化误差 (译码输出量化误差) 为 $95 - (92 + 4/2) = 1$ 量化单位

(2) 7 位码 0110111 的均匀量化 11 位码为 0000101110 0。

4-14 解:

PCM 时分复用信号的信息速率为 $R_b = 8 \times \log_2 8 \times 10 \text{ kbit/s} = 240 \text{ kbit/s}$

二进制基带系统的最大频带利用率为 $\eta_b = 2(\text{bit/s})/\text{Hz}$ 。

所以传输此信号所需最小带宽为 $B_c = R_b / \eta_b = 120 \text{ kHz}$ 。