第三章　随机信号分

1. 试求下列均匀概率密度函数的数学期望和方差:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2a} & -a\le x\le a\\ 0 & \text{其它}x\end{cases}$$

A　0　, $\dfrac{a^2}{3}$

2. 试求下列瑞利概率密度函数 $f(x)=\dfrac{2x}{b}e^{-\frac{x^2}{b}}$　$x\ge 0$ 的数学期望和方差：

A　$\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$　, $b(1-\dfrac{\pi}{4})$

3. 具有上题所示的瑞利概率密度函数，已知方差是 7，那么均值是多少？并求随机变量大于均值，而又小于 10 的概率是多少？

A　5.06　,0.41

4. 设（X,Y）的二维概率密度函数为： $f(x,y)=4xy\exp(-x^2-y^2)$　$x\ge 0, y\ge 0$

求 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的概率密度函数。

A　$2z^3e^{-z^2}$

5. 两个高三斯随机变量 X 和 Y，设它们的均值都是 0，方差都是 σ^2。它们的联合概率密度函数为： $f(x,y)=\dfrac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}}\exp[-\dfrac{x^2-2\rho xy+y^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}]$

（1）.X 和 Y 之间的相关系数。

A.　ρ

（2）.当 $\rho=0$ 时，

A　.X 和 Y 是统计独立的。

6. 设随机变量 X，Y 和随机变量 θ 之间的关系为：$X=\cos\theta, Y=\sin\theta$, 并设 θ 在 0 至 2π 范围内均匀分布，则 X 和 Y

A　.统计不独立，不相关。

7. 如图 P3.1 给出了随机过程 X(t),Y(t)的样本函数。假设样本函数出现的概率相等。

（1）　试求 $m_x(t)=E\{x(t)\}$ 和 $R_X(t,t+\tau)$。

A　　0 ，$\dfrac{2}{3}$

（2）　过程 X (t)是广义平稳的吗？

A　是

（3）　试求 $m_y(t)=E\{Y(t)\}$ 和 $R_y=(t,t+\tau)$。

A　　0 ，$\dfrac{2}{5}\times[1+t(t+\tau)]$

（4）　过程 Y(t)是广义平稳的吗？

A　　不是

8. 设有两个随机过程：$\begin{cases}S_1(t)=X(t)\cos\omega_0 t\\ S_2(t)=X(t)\cos(\omega_0 t+\theta)\end{cases}$　X(t)是广义平稳过程。θ 是对 x(t)独立的。均匀分布于 $(-\pi,\pi)$ 上的随机变量，

(1) $S_1(t),S_2(t)$ 的自相关函数。

A　$R_x(\tau)\cos\omega_0 t\cos\omega_0(t+\tau)$ ，$R_x(\tau)\bullet\dfrac{1}{2}\cos\omega_0\tau$

(2)并说明 $S_1(t),S_2(t)$ 的平稳性。

A　是　,非

9. 假定随机过程 X(t)和 Y(t)是单独并联合平稳的。试求：

（1）　Z(t)=X(t)+Y(t)的自相关函数；

A　$R_x(\tau)+R_{xy}(\tau)+R_{yx}(\tau)+R_y(\tau)$

（2）　在 X(t)和 Y(t)不相关时，Z(t)的自相关函数。

A　$R_Z(\tau)=R_X(\tau)+R_Y(\tau)$

10. 考虑随机过程 $Z(t)=X\cos\omega_0 t-Y\sin\omega_0 t$，式中 X,Y 是独立的高斯随机变量，均值为 0，方差是 σ^2。则 Z（t）是

A　　高斯的，均值为 0，方差为 σ^2，自相关函数 $R_Z(\tau)=\sigma^2\cos\varpi_0\tau$

11. 考虑随机过程 $Z(t)=X(t)\cos\omega_0 t-Y(t)\sin\omega_0 t$，其中 X（t），Y(t)是高斯的零均值独立的随机过程，且有 $R_X(\tau)=R_Y(t)$。

（1）　$R_Z(\tau)$ 与 $R_X(\tau)\cos\omega_0\tau$

A　=

（2）　设 $R_x(\tau)=\sigma^2 e^{-a|\tau|}$　$(a>0)$，求功率谱 $P_Z(\omega)$，并作图。

A $\alpha\sigma^2[\frac{1}{\alpha^2+(\omega+\omega_0)^2}+\frac{1}{\alpha^2+(\omega-\omega_0)^2}]$

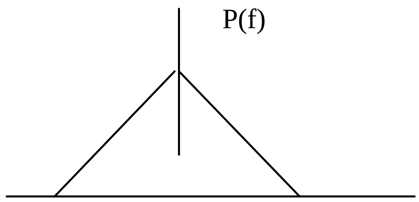
12. 一个均值为零的随机信号 S(t)，具有如图 P3.2 所示的三角形功率谱。

（1） 信号的平均功率 S 为多少？

A KB

（2） 其自相关函数为

A $R(\tau)=S*(\frac{\sin\pi B\tau}{\pi B})^2$



（3） 设 $B=1MH_Z, K=1\mu V^2/H_Z$。信号的均方值 $\sqrt{S}$ 为,以及相距 $1\mu s$ 的 S(t)的两个样值是

A 1mV,不相关的。

13. 频带有限的白噪声 n(t)，具有功率谱 $P_n(f)=10^{-6}V^2/H_Z$，其频谱范围从－100 至 100K H_Z。

（1） 噪声的均方根值约为

A 0.45V。

（2） 求 $R_n(\tau), n(t)$ 和 $n(n+\tau)$ 在什么间距上不相关？

A $5\mu s$

（3） 设 n(t)是服从高斯分布的，试求在任意时刻 t 时，n(t)超过 0.45V 的概率是多少？超过 0.9V 呢？

A 0.16 , 0.023

14. 在实际问题中常常遇到一个自相关函数是 $R(\tau)=R(0)e^{-a|\tau|}\cos\beta\tau$，

（1） 计算功率谱 $P(\omega)$。

A $R(0)\alpha[\frac{1}{\alpha^2+(\omega+\beta)^2}+\frac{1}{\alpha^2+(\omega-\beta)^2}]$

（2） 取 $\alpha=1,\beta=0.6$ 时画出 $R(\tau)/R(0)$ 和 $P(\omega)$ 的图形。

（3） 考虑两种极限情况来验算(1)的结果：$(a)\,\alpha=0$；(b) $\beta=0$

15. 在时间 t 和 τ 秒之后的 $(t+\tau)$，对相关函数为 $R_n(\tau)$ 的高斯噪声 n(t)进行抽样，分别称此二样值为 n_1 和 n_2。

（1） 写出联系所取二样值的二维联合概率密度函数 $f(n_1,n_2)$ 的表达式。表达式中的各个矩和相关系数都应以 $R_n(\tau)$ 表示

A $$\frac{1}{2\pi\sqrt{R_n^2(0)-R_n^2(\tau)}}\exp\{-\frac{1}{2[1-(\frac{R_n(\tau)}{R_n(0)})^2]}\times[\frac{n_1^2}{R_n(0)}-\frac{2R_n(\tau)}{R_n^2(0)}n_1n_2+\frac{n_2^2}{R_n(0)}]\}$$

（2） 对于习题 13 中的噪声例子，设噪声是高斯分布的，具体写出二维概率密度函数 $f(n_1,n_2)$ 取两种情况：$(a)\tau=0.25\mu s;(b)\tau=5\mu s$。每一情况与一维概率密度函数 $f(n_1),f(n_2)$ 相比较。

16. 试求白噪声（单边功率谱为 N_0）通过具有高斯频率特性的谐振放大器后，（该放大器的频率特性为 $H(\omega)=K\exp[-\frac{(\omega-\omega_0{}^2)}{2\beta^2}]$，其中参数 β 是用来确定通带带宽的。），输出噪声的自相关函数。并画出 $R_n(\tau)$ 的图形。

A $$\frac{n_0\beta K^2}{4\sqrt{\pi}}e^{j\omega_0\tau}e^{-\frac{\beta^2\tau^2}{4}}$$

17. 已知一正弦波加窄带高斯过程的信号表示式为 $r(t)=A\cos(\omega_c t+\theta)+n(t)$，并且有 $n(t)=X(t)\cos\omega_c t-Y(t)\sin\omega_c t$

（1） 求 r(t)的包络平方 $Z^2(t)$ 的概率密度函数。

A $$\frac{1}{2\sigma_n^2}\exp[-\frac{Z^2+A^2}{2\sigma_n^2}]I_0(\frac{AZ}{\sigma_n^2})$$

（2） A=0 时，r(t)的包络平方的相关函数为：

A $$4[\sigma^4+R^2{}_{XY}(\tau)+R^2{}_X(\tau)]$$

18. 设输入随机过程 X(t)是平稳的，功率谱为 $P_X(\omega)$，加于图 P3.3 所示的系统，:输出过程 Y(t)的功率谱为

A $2P_X(\omega)\bullet(1+\cos\omega T)$。

$\longrightarrow$ 图 p3.3

19. 试求对于高斯脉冲信号 $s(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{t^2}{2\sigma^2})$ 相匹配的匹配滤波器传递函数和它

能获得的最大输出信噪比。

A $K_0 e^{-\frac{\sigma^2\omega^2}{2}} e^{-j\omega t_0}$, $\frac{1}{\mathrm{n}_0\sigma\sqrt{\pi}}$

20. 把一个幅度为 V 伏，宽为τ_0秒的矩形脉冲加到匹配滤波器上，那么输出是一个三角形脉冲，求这个脉冲的峰值( )。如果把功率谱$n_0/2(V/H_Z)$的白噪声加到此滤波器的输入端，计算输出端上的噪声平均功率( )，设噪声和白噪声同时出现于滤波器的输入端，试计算在信号脉冲峰值时的输出信噪比( )。

A $V^2\tau_0$, $\frac{\mathrm{n}_0}{2}V^2\tau_0$, $\frac{\mathrm{S}_0^2(t_0)}{N_0}$