

【例 10-1】 码元长 $n=15$ 的汉明码，监督位 r 应为多少？编码速率为多少？试写出监督码元与信息码元之间的关系。

分析 汉明码是纠一份错误的线性分组码。如果用 r 个监督位构造 r 个监督关系式来指示一位错码的 n 种可能位置，则要求 $2^r - 1 \geq n$ 。其中 $n = k + r$ 是码长， k 为信息位数， r 为监督位数。

解 由 $2^r - 1 \geq n$ ，当 $n=15$ 时，得 $r=4$ ，求得 $k=n-r=15-4=11$

所以汉明码的编码速率为 $\frac{k}{n} = \frac{11}{15}$

设伴随式 s 与错误图样的对照表如表 10-4。

表 10-1 例 10-1 表

错位	a_{14}	a_{13}	a_{12}	a_{11}	a_{10}	a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
s_3	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
s_2	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
s_1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
s_0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1

监督码元与信息之间的关系为 $n=k+r$

$$\text{监督方程} \begin{cases} a_3 = a_{14} + a_{13} + a_{12} + a_{11} + a_{10} + a_9 + a_8 \\ a_2 = a_{14} + a_{13} + a_{12} + a_{11} + a_7 + a_6 + a_5 \\ a_1 = a_{14} + a_{13} + a_{10} + a_9 + a_7 + a_6 + a_4 \\ a_0 = a_{14} + a_{12} + a_{10} + a_8 + a_7 + a_5 + a_4 \end{cases}$$

【例 10-2】 已知， $g_1(x) = x^3 + x^2 + 1$ ， $g_2(x) = x^3 + x + 1$ ， $g_3(x) = x + 1$ 。试分别讨论在上述两种情况下，由 $g(x)$ 生成的七位循环码的检错和纠错能力。

(1) $g(x) = g_1(x)g_2(x)$;

(2) $g(x) = g_3(x)g_2(x)$ 。

解 (1) $g(x) = g_1(x)g_2(x) = (x^3 + x^2 + 1)(x^3 + x + 1) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

$$g(x) \rightarrow (1111111)$$

所以

$$d_0 = 7$$

用于检错，由 $d_0 \geq e + 1$ 得 $e=6$ ，可检 6 位错码；

用于纠错，由 $d_0 \geq 2t + 1$ 得 $t=3$ ，可纠 3 位错码；

同时用于纠、检错结合，由 $d_0 \geq e + t + 1$ ($e > t$) 有以下两种组合；

$e=5, t=1$, 故能检 5 位错码, 同时纠 1 位错码;

$e=4, t=2$, 故能检 4 位错码, 同时纠 2 位错码。

$$(2) g(x) = g_3(x)g_2(x) = (x+1)(x^3+x+1) = x^4+x^3+x^2+x+1$$

$$g(x) \rightarrow (0011101)$$

所以 $d_0 = 4$

用于检错, 由 $d_0 \geq e+1$ 得 $e=3$, 可检 3 位错码;

用于纠错, 由 $d_0 \geq 2t+1$ 得 $t=1$, 可纠 1 位错码;

同时用于纠、检错结合, 由 $d_0 \geq e+t+1 (e > t)$ 得 $e=2, t=1$, 故能检 2 位错码, 同时纠 1 位错码。

【例 10-3】 已知 (2, 1, 3) 卷积码编码器的输出与 m_1, m_2 和 m_3 的关系为

$$y_1 = m_1 + m_2$$

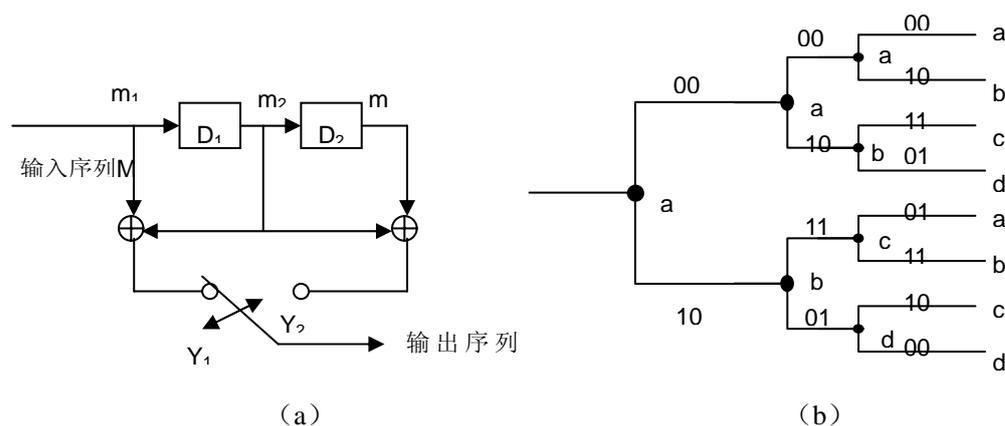
$$y_2 = m_2 + m_3$$

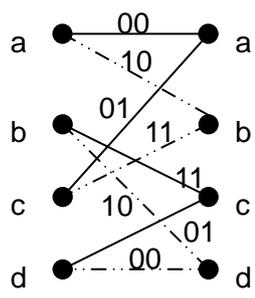
试确定:

- (1) 编码器电路;
- (2) 卷积码的码树图、状态图和网格图。

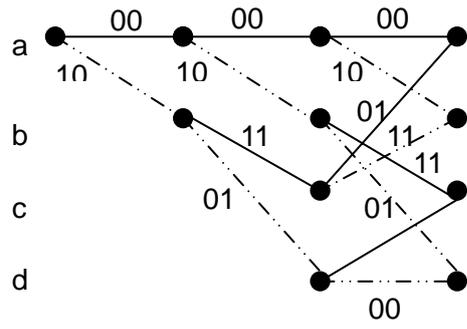
解: 1) 编码器电路图如图 10-1 (a)。

(2) 卷积码的码树图、状态图和网格图分别如图 10-1 (b) (c) (d) 所示。在码树图中, 当输入信息为 0 码时, 状态向上变化, 当输入信息为 1 码时, 状态向上变化。在状态图和网格图中虚线标识输入信息码为 1, 实线标识输入信息码为 0。图中, a, b, c, d 分别表示 m_3m_2 的状态为 00、01、10、11, 相邻状态之间的两个码元表示编码器的输出 Y_1Y_2 。





(c)



(d)

图 10-1 例 10-3 图